

Ďalšie úlohy:

1.12. Nech M je množina všetkých konštantných funkcií definovaných na intervale $<0,1>$. Zistite, či takto definovaná množina je lineárna množina.

1.13. Nech N je množina všetkých lineárnych funkcií definovaných na intervale $<0,1>$. Zistite, či takto definovaná množina je lineárna množina.

1.14. Nech A je množina všetkých polynómov stupňa n definovaných na intervale $<0,1>$. Zistite, či takto definovaná množina je lineárna množina.

1.15. Nech B je množina všetkých funkcií definovaných a spojitely diferencovateľných na oblasti $G \subset \mathbb{R}^N$. Definujme funkciu $((.,.)) : B \times B \rightarrow \mathbb{R}$ takto:

$$((u, v)) = \int_G \nabla u \cdot \nabla v \, dx \quad \forall u, v \in B.$$

Definuje táto funkcia skalárny súčin? Ak nie, prečo?

1.16. Ak je odpoveď v predchádzajúcom cvičení záporná, vedeli by ste upraviť množinu B na $\bar{B}$ tak, aby vyššie definovaná funkcia bola skalárny súčin na $\bar{B} \times \bar{B}$?

1.17. Ak je odpoveď cvičení 1.15 záporná, vedeli by ste upraviť definovanú funkciu $((.,.))$ tak, aby to bol skalárny súčin na $B \times B$?

1.18. Na lineárnej množine L z príkladu 1.1 definujme funkciu $\|.\|_1 : L \rightarrow \mathbb{R}$ takto:

$\|u\|_1 = \int_G |u(x)| \, dx \quad \forall u \in L$. Ukážte, že táto funkcia definuje normu na lineárnej množine L . (splňa vlastnosti Vety 1.2).